

2025年度一般選抜

A個別方式（理学系） 数学①

問題	解答番号	正解	備考
I	1	2	全一致
	2	3	
	3	2	
	4	1	全一致
	5	1	
	6	0	
	7	5	
	8	7	
	9	1	全一致
	10	0	
	11	2	
	12	1	全一致
	13	3	
	14	2	
	15	2	
II	16	1	全一致
	17	4	
	18	2	
	19	2	
	20	8	全一致
	21	1	
	22	7	全一致
	23	-	
	24	1	
	25	5	全一致
	26	4	
	27	3	全一致
	28	1	
	29	4	
III	30	1	全一致
	31	3	
	32	1	全一致
	33	3	
	34	4	全一致
	35	2	
	36	7	
	37	2	全一致
	38	9	
	39	1	全一致
	40	3	
	41	2	
	42	7	
	43	5	
	44	1	全一致
	45	7	
	46	2	
	47	7	

IV (解答例)

$$(1) f'(x) = 3x^2 + 2ax$$

$$(2) y = (3t^2 + 2at)x - 2t^3 - at^2 + 4$$

$$(3) g(t) = t^3 + \frac{1}{2}(a-3)t^2 - at - 2$$

(4)

t	\cdots	$-\frac{a}{3}$	\cdots	1	\cdots
$g'(t)$	+	0	-	0	+
$g(t)$	\nearrow		\searrow		\nearrow

$$\begin{cases} = \frac{1}{54}a^3 + \frac{1}{6}a^2 - 2 \\ = -\frac{a+5}{2} \end{cases}$$

$$(5) a = 3$$

2025年度一般選抜

A個別方式（理学系） 数学②

問題	解答番号	正解	備考
I	1	2	全一致
	2	3	
	3	2	
	4	1	全一致
	5	1	
	6	0	
	7	5	
	8	7	
	9	1	全一致
	10	0	
	11	2	
	12	1	全一致
	13	3	
	14	2	
	15	2	
II	16	1	全一致
	17	4	
	18	2	
	19	2	
	20	8	全一致
	21	1	
	22	7	全一致
	23	-	
	24	1	
	25	5	全一致
	26	4	
	27	3	全一致
	28	1	
	29	4	
III	30	1	全一致
	31	3	
	32	1	全一致
	33	3	
	34	4	全一致
	35	2	
	36	7	
	37	2	全一致
	38	9	
	39	1	全一致
	40	3	
	41	2	
	42	7	
	43	5	
	44	1	全一致
	45	7	
	46	2	
	47	7	

V (解答例)

$$(1) I_1 = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x \, dx = \left[-\cos x \right]_0^{\frac{\pi}{2}} = 1$$

$$(2) I_2 = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{1 - \cos 2x}{2} \, dx = \left[\frac{x}{2} - \frac{1}{4} \sin 2x \right]_0^{\frac{\pi}{2}} = \frac{\pi}{4}$$

(3) 部分積分により,

$$\begin{aligned} I_n &= \int_0^{\frac{\pi}{2}} (\sin^{n-1} x)(\sin x) \, dx \\ &= \left[-(\sin^{n-1} x)(\cos x) \right]_0^{\frac{\pi}{2}} + (n-1) \int_0^{\frac{\pi}{2}} (\sin^{n-2} x)(\cos^2 x) \, dx \\ &= (n-1) \int_0^{\frac{\pi}{2}} (\sin^{n-2} x)(1 - \sin^2 x) \, dx \\ &= (n-1)(I_{n-2} - I_n) \end{aligned}$$

従って、漸化式 $I_n = \frac{n-1}{n} I_{n-2}$ が成り立つ。

$$(4) I_n - I_{n+1} = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^n x \, dx - \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^{n+1} x \, dx = \int_0^{\frac{\pi}{2}} (\sin^n x)(1 - \sin x) \, dx$$

$0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$ のとき、 $0 \leq \sin x \leq 1$ より $(\sin^n x)(1 - \sin x) \geq 0$ だから、定積分の値は 0 以上である。よって、 $I_{n+1} \leq I_n$ 。

(5) $I_n > 0$ であることに注意する。(4) より

$$1 \geq \frac{I_{n+1}}{I_n} = \frac{I_{n+1}}{I_{n-1}} \times \frac{I_{n-1}}{I_n} \geq \frac{I_{n+1}}{I_{n-1}}$$

(3) の等式 $\frac{I_n}{I_{n-2}} = \frac{n-1}{n}$ の n に $n+1$ を代入して、 $\frac{I_{n+1}}{I_{n-1}} = \frac{n}{n+1}$ を得る。以上から、不等式

$$1 \geq \frac{I_{n+1}}{I_n} \geq \frac{n}{n+1}$$

を得る。 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n}{n+1} = 1$ だから、はさみうち原理により

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{I_{n+1}}{I_n} = 1$$