

## 問 題 冊 子

## 数 学

試験開始の合図があるまで、この問題冊子を開いてはいけません。

## 答え方の注意

◆この問題冊子には以下の2科目の問題が含まれています。

科 目	問題番号
<b>数学①</b> 「数学Ⅰ，数学Ⅱ，数学A（図形の性質，場合の数と確率）， 数学B（数列，統計的な推測），数学C（ベクトル，平面上の曲線と複素数平面）」	I，Ⅱ，Ⅲ，Ⅳ
<b>数学②</b> 「数学Ⅰ，数学Ⅱ，数学Ⅲ，数学A（図形の性質，場合の数と確率）， 数学B（数列，統計的な推測），数学C（ベクトル，平面上の曲線と複素数平面）」	I，Ⅱ，Ⅲ，Ⅴ

- ◆この問題冊子は全部で12ページ（計算用紙を含む）あり，解答用紙はマークシート方式，記述式（各一枚）があります。マークシート方式の解答番号は【47】までです。記述式の解答用紙は**数学①**と**数学②**で異なります。
- ◆**数学①**を選択した場合，地球科学科，生命科学科，化学科の3学科のみを単願または併願可能です。
- ◆**数学②**を選択した場合，地球科学科，数学科，情報科学科，物理学科，生命科学科，化学科の6学科を単願または併願可能です。
- ◆解答用紙（マークシート方式），（記述式）の所定欄に，受験番号・氏名を記入し，解答用紙（マークシート方式）の所定欄④に受験番号をマークし，また所定欄⑤に選択した科目を1つだけマークしなさい。無マークの場合，または複数マークの場合は，未受験科目とみなされるため，合否判定の対象となりません。
- ◆試験開始までに，次の解答用紙記入上の注意および裏表紙の解答記入上の注意をよく読んでおきなさい。

## 解答用紙記入上の注意

1. 解答用紙（マークシート方式）について
  - (1) マークは必ずHBの黒鉛筆を使用して記入しなさい。
  - (2) 一度マークしたものを訂正するときには，消しゴムで完全に消し，消しくずを紙面に残さないようにしてから，マークしなおしなさい。
  - (3) 裏表紙の**解答記入上の注意**に従ってマークしなさい。
2. 解答用紙（記述式）について
  - (1) 黒鉛筆を使用して記入しなさい。
  - (2) 解答用紙の所定欄に各問題の指示に従って記入しなさい。

問題の内容についての質問には，一切応じません。

試験開始後に，次のようなことがあった場合は，手を挙げて監督者に申し出なさい。

1. 問題冊子のページや印刷の状態などの不備に気付いた場合。
2. 解答用紙を折りまげたり，破ったり，汚したりした場合。

この問題冊子は，試験終了後持ち帰りなさい。

I (共通)

(1)  $\triangle ABC$  において  $AB = 9$ ,  $BC = 7$ ,  $AC = 8$  ならば,  $\cos \angle BAC = \frac{\boxed{[1]}}{\boxed{[2]}}$  であり,

外接円の半径は  $\frac{\boxed{[3]} \quad \boxed{[4]}}{\boxed{[5]} \quad \boxed{[6]}} \sqrt{\boxed{[7]}}$  である。

(2) 座標平面上のベクトル  $\vec{a} = (3, 1)$  と  $\vec{b} = (-2, 4)$  のなす角を  $\theta$  とすると,

$\sin \theta = \frac{\boxed{[8]}}{\boxed{[9]} \quad \boxed{[10]}} \sqrt{\boxed{[11]}}$  である。

(3) 正の実数  $p$  が等式  $p = 1 + \frac{1}{2 + \frac{1}{p}}$  を満たすならば,  $p = \frac{\boxed{[12]} + \sqrt{\boxed{[13]}}}{\boxed{[14]}}$  である。

(4) 方程式  $8^{x+2} = 16^{x-1} \cdot 4^{2x}$  の解は  $x = \boxed{[15]}$  である。

計算用紙

## Ⅱ (共通)

(1) 等比数列  $\{a_n\}$  が  $a_6 - a_5 = 4$  と  $a_7 - a_5 = 12$  を満たすとき,

初項は  $\frac{\boxed{16}}{\boxed{17}}$  であり, 公比は  $\boxed{18}$  である。

(2) 関数  $f(x) = \left(4x + \frac{1}{x}\right)\left(x + \frac{16}{x}\right)$  ( $x > 0$ ) は,  $x = \sqrt{\boxed{19}}$  で最小値  $\boxed{20}$   $\boxed{21}$  をとる。

(3) 座標平面上に 3 点  $A(1, 2)$ ,  $B(9, -2)$ ,  $C(4, 5)$  を頂点とする  $\triangle ABC$  がある。辺  $AC$  を  $2:1$  の比に内分する点を  $P$  とする。また, 辺  $AB$  上に点  $Q$  を, 直線  $PQ$  が  $\triangle ABC$  の面積を 2 等分するようにとる。

このとき, 点  $Q$  の座標は  $\left(\boxed{22}, \boxed{23} \mid \boxed{24}\right)$  であり, 直線  $PQ$  の方程式は

$$y = -\frac{\boxed{25}}{\boxed{26}}x + \frac{\boxed{27} \mid \boxed{28}}{\boxed{29}}$$

である。

計算用紙

### Ⅲ (共通)

(1) 3人がじゃんけんを1回するとき、1人だけが勝つ確率は  $\frac{\boxed{[30]}}{\boxed{[31]}}$  である。

(2) 3人がじゃんけんを1回するとき、ちょうど2人が勝つ確率は  $\frac{\boxed{[32]}}{\boxed{[33]}}$  である。

(3) 4人がじゃんけんを1回するとき、1人だけが勝つ確率は  $\frac{\boxed{[34]}}{\boxed{[35] \quad [36]}}$  である。

(4) 4人がじゃんけんを1回するとき、ちょうど2人が勝つ確率は  $\frac{\boxed{[37]}}{\boxed{[38]}}$  である。

(5) 4人がじゃんけんを1回するとき、あいこになる確率は  $\frac{\boxed{[39]} \quad \boxed{[40]}}{\boxed{[41]} \quad \boxed{[42]}}$  である。

(6)  $n$  人 ( $n \geq 2$ ) がじゃんけんを1回するとき、あいこになる確率が  $\frac{1}{2}$  を超えるような最小の自然数  $n$  は  $n = \boxed{[43]}$  であり、そのときの確率は  $\frac{\boxed{[44]} \quad \boxed{[45]}}{\boxed{[46]} \quad \boxed{[47]}}$  である。

計算用紙

#### IV (数学①)

【解答方法】 解答用紙の所定欄に答えのみを書きなさい。

$a$  を正の定数とし、関数  $f(x) = x^3 + ax^2 + 4$  を考える。また、座標平面上の曲線  $C: y = f(x)$  と点  $P(1, 0)$  を考える。

- (1)  $f(x)$  の導関数  $f'(x)$  を求めなさい。
- (2)  $x$  座標の値が  $t$  であるような曲線  $C$  上の点における接線の方程式を求めなさい。
- (3) (2) で求めた接線が点  $P(1, 0)$  を通るとき、 $t$  の満たすべき 3 次方程式を  $g(t) = 0$  とおく。  
ただし、 $g(t)$  の  $t^3$  の項の係数は 1 とする。 $g(t)$  を求めなさい。
- (4) 下の表は、(3) で求めた関数  $g(t)$  の増減表の一部の欄を空欄にしたものである。表の空欄を埋めなさい。また、★と☆は  $a$  を用いた式で表し、解答欄の所定の場所に記入しなさい。

$t$	...		...		...
$g'(t)$		0		0	
$g(t)$		★		☆	

- (5) 点  $P(1, 0)$  から曲線  $C$  にちょうど 2 本の接線を引くことができるような  $a$  の値を求めなさい。

計算用紙

## V (数学②)

【解答方法】 解答用紙の所定欄に答えだけでなく、解答に至る過程も書きなさい。

$I_n = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^n x \, dx$  ( $n = 1, 2, 3, \dots$ ) によって定まる数列  $\{I_n\}$  を考える。

(1)  $I_1$  の値を求めなさい。

(2)  $I_2$  の値を求めなさい。

(3) 等式  $\sin^n x = (\sin^{n-1} x)(\sin x)$  に注意して、漸化式  $I_n = \frac{n-1}{n} I_{n-2}$  ( $n = 3, 4, 5, \dots$ ) が成り立つことを示しなさい。

(4) 不等式  $I_{n+1} \leq I_n$  ( $n = 1, 2, 3, \dots$ ) が成り立つことを示しなさい。

(5)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{I_{n+1}}{I_n}$  を求めなさい。

計算用紙

## 解答記入上の注意

解答は、解答用紙の解答番号に対応した選択肢欄にマークしなさい。

問題文中の【1】，【2】【3】，【4】【5】【6】などには、0～9までの数字または符号－，±のどれかが対応します。それらを【1】，【2】，【3】……で示された選択肢欄にマークしなさい。

〔例〕 【1】【2】【3】 に ±23 と答えたいとき

【1】	①	②	③	④	⑤	⑥	⑦	⑧	⑨	⑩	⊖	●
【2】	①	●	③	④	⑤	⑥	⑦	⑧	⑨	⑩	⊖	⊕
【3】	①	②	●	④	⑤	⑥	⑦	⑧	⑨	⑩	⊖	⊕

分数形で解答する場合、分数の符号は分子につけ、分母につけてはいけません。

例えば、 $\frac{\text{【4】【5】}}{\text{【6】}}$  に  $-\frac{4}{5}$  と答えたいときは、 $\frac{-4}{5}$  として答えなさい。

また、それ以上約分できない形で答えなさい。例えば、 $\frac{3}{4}$ ， $\frac{-1}{3}$ ， $\frac{2a+1}{3}$  と答えるところを、 $\frac{6}{8}$ ， $\frac{-2}{6}$ ， $\frac{4a+2}{6}$  のように答えてはいけません。また、根号を含む形で解答する場合は、根号の中に現れる自然数が最小となる形で答えなさい。