

所属・資格 数学科・教授

申請者氏名 吉田 健一

研究課題		偏差2以下の Cohen-Macaulay 単項式イデアルの強クリーン性について
報告の概要	研究目的 および 研究概要	申請者は、岡山大学の寺井直樹氏、静岡大学の木村杏子氏と偏差が小さい（特に2以下の）無平方単項式イデアルの分類を行った。また、日本大学の榎本ちひろ氏と協力して、上記の結果とアレクサンダー双対を利用して、生成元が5以下の CM イデアルがクリーンであることを証明した。しかしこの方法では偏差2の CM 単項式イデアルのクリーン性を証明するのは困難であるような例がある。最近導入された「k-クリーン」という概念は偏差2の CM イデアルのクリーン性の証明に有効であることがわかってきた。本研究の目的は、分類定理と上記の新しい概念を利用して、偏差2の CM 単項式イデアルのクリーン性の証明に挑むことである。
	研究の結果	偏差2の CM 単項式イデアルのクリーン性の証明は、偏極化などを用いることで偏差2の無平方 CM 単項式のイデアルのクリーン性に帰着される。さらに、クリーン性は偏差2の CM 無平方単項式イデアルのハイパーグラフによる分類定理を用いると、極大なハイパーグラフの場合に帰着される。申請者は大学院生の今泉千尋氏との共同研究において、概完全交叉の強クリーン性に注意して、偏差2の極大な CM ハイパーグラフのうち、通称「蟹型」と言われるタイプの強クリーン性を証明することに成功した。この議論では、代数的な操作がどのように（ハイパー）グラフの変形を誘導するかを詳細に調べることで従来の方法では証明が困難であった点を克服することができた。さらに、榎本ちひろ氏との共同研究において証明したケースについても簡単な別証明を得ることができた。
	研究の考察・反省	偏差2の無平方な CM ハイパーグラフに対して強クリーン性を証明することでクリーン性を導くことができ、その部分ハイパーグラフに対してもクリーン性を証明することができる。しかしながら、強クリーン性の証明においては「面」や「辺」を指定する必要があるため、部分グラフに遺伝させる議論を得るのは困難である。そのため、偏差2の無平方な CM ハイパーグラフすべてに対して強クリーン性を証明することができなかった（予想として残されることになった）。また、与えられた偏差2の CM 単項式イデアルに対してどの極大ハイパーグラフが対応するのかを調べる（簡単な）アルゴリズムが知られていないため、実用性に課題が残る。
研究発表 学会名 発表テーマ 年月日/場所	研究発表	※この欄は、本報告書提出時点で判明している事項についてご記入ください。 (研究発表) ・ Workshop on Recent trends in Commutative Algebra, Hilbert-Kunz multiplicities of integrally closed ideals (3 lectures), 2024年6月20日~22日/IIT Bombay, インドムンバイ ・ Commutative Algebra and Singularity Theory (渡辺 80), Several properties of normal tangent cone of the maximal ideal, 2024年9月12日/大阪公立大学 (大阪)
研究成果物 テーマ 誌名 巻・号 発行年月日 発行所・者	研究成果物	(研究成果物) ・ Gorensteinness for normal tangent cones of elliptic ideals, (with T. Okuma and K.-i. Watanabe), Journal of Pure and Applied Algebra 229(1), 1077-1091, 2025年