

研究課題		Studies on the preordered set induced by rainbow forbidden subgraphs
報告の概要	研究目的 および 研究概要	連結グラフ H に対し、辺着色された完全グラフ K が H に同形な虹色部分グラフを含まないとき、 K は rainbow H -フリーであるという。また2つの連結グラフ H と H' について、十分多くの色数で辺着色された rainbow H' -フリーな完全グラフが常に rainbow H -フリーであるとき、 $H' \leq H$ と表し、 H' が H の部分グラフであるとき、 $H' \subseteq H$ と表す。本研究代表者は2019年に、 H と H' が関係 \subseteq によって比較可能であるときの2項関係 \leq の振る舞いを解明した。そこで本研究では、 H と H' が \subseteq で比較不能であるときの \leq の振る舞いを調べた。
	研究の結果	まず初めに、調べるべき連結グラフを特定した。Thomason & Wagner は2007年に、十分多くの色で辺着色された完全グラフは虹色の P_4 を含むことを示した。この結果は、 P_4 およびその誘導部分グラフを研究対象から外す必要があることを示している。本研究代表者はこれ以外に研究対象から外すグラフが存在するかどうかを調べ、そのようなグラフは P_4 の誘導部分以外存在しないことを明らかにした。 続いて本研究代表者は、サイクル次元 \dim について $H \leq K$ ならば $\dim(H) \leq \dim(K)$ であることを示した。これは \leq の順序を自然に反映する不変量として初めて発見されたものである。一方 \leq は preorder であり、ここから自然に誘導される同値関係に基づく同値類間の半順序に拡張される。本研究代表者はこの半順序集合の下位の構造を調べ、最小限と最小限の直後の要素を決定した。
	研究の考察・反省	研究の結果にあるように、 \leq の研究上意味をなさないグラフが P_4 の誘導部分グラフのみであることを示した。これは調べるべき対象を明確にしておき、今後の研究の基盤を与える成果として意義深い。またサイクル次元が \leq による順序を自然に反映することは、今後 \leq をサイクル次元に関する帰納法で調べる基礎を与える。また \leq が誘導する半順序の下位の構造を決定したことも大きな意味を持つ。 一方最小限とそれに続く直後の要素は判明したものの、それよりも上位の構造には未だ不明な点も多い。特にサイクル同士の順序には大きな謎が残されている。
研究発表 学会名 発表テーマ 年月日/場所 研究成果物 テーマ 誌名 巻・号 発行年月日 発行所・者	<p>1. 研究発表</p> <p>(1) 斎藤 明, "Relative length of long paths and cycles in triangle-free graphs", Japanese Conference on Combinatorics and Its Applications, 成蹊大学, 2022年8月19日</p> <p>(2) 斎藤 明, 出川 慎悟, "Secure Domination in C_5-free graphs", 日本数学会秋季総合分科会、北海道大学, 2022年9月14日</p> <p>(3) 斎藤 明, 藤波 大弥, "Relative length in triangle-free graphs", 日本数学会秋季総合分科会、北海道大学, 2022年9月14日</p> <p>2. 研究成果物 (論文)</p> <p>(1) H.Z.Q. Chen, S. Kitaev and A. Saito, Representing split graphs by words, <i>Discussiones Mathematicae Graph Theory</i>, 42, 2022年, 1263–1280 (doi:10.7151/dmgt.2344).</p>	