

<p>研究課題</p>	<p>エントロピーと不等式に関する基礎研究</p>
<p>研究目的 および 研究概要</p>	<p>情報エントロピーをはじめとする様々なエントロピーに関する数理的な基礎研究を行う。特に、エントロピーや相対エントロピーの上界・下界の改善を目的とする。そのために必要となる数学的な不等式の導出も研究の対象とする。改善された不等式の導出にあたっては凸解析、関数解析などの知識を利用する。具体的な研究内容としては、作用素の <b>Hermite-Hadamard</b> 不等式の改善について行う。行列解析や作用素論の分野で近年しばしば研究されている <b>Sector</b> 行列を用いた一般化された特異値不等式、ノルム不等式、行列式不等式などの導出も目的の一つである。さらに、<b>Kantorovich</b> 不等式や <b>Ando</b> 不等式に関する新規の結果についても研究の対象とする。一方で、情報理論との結びつきの強い <b>log-sum</b> 不等式についてパラメータ拡張したスカラーおよび行列不等式を導出する。その他にも重み付き平均に関する不等式や凸関数に関連した不等式についての基礎研究も行う予定である。</p>
<p>報告の概要</p>	<p>エントロピーとおよび不等式に関する基礎研究として以下の結果を得た。[1]行列平均の差の特異値に関する複数の不等式を得た。ここで得られた結果はこれまでに知られていた結果を改善または補間するものであった。また、特異値不等式以外にも幾つかの行列不等式を得た。 [2]作用素測地的凸と作用素凸対数関数を導入しこれらに関する幾つかの性質を特徴付けた。これらの関数のクラスを適用してこれまでに知られていた結果を拡張した作用素 <b>Aczel</b> 不等式および <b>Minkowski</b> 型の不等式を示した。[3] <b>Zou-Jiangn</b> の不等式を一般化した <b>Young</b> の不等式を改善した。重み付き算術平均と幾何平均を用いて対数平均の上界を与えた。得られた本質的なスカラー不等式を基礎として、<b>Zou-Jiangn</b> の不等式の一般形を与えた。すなわち、重みのパラメータを用いた作用素相対エントロピーを用いた作用素不等式を証明した。最後に、<b>Tsallis</b> 作用素相対エントロピーによって、さらに一般化された作用素不等式を与えた。[4]情報理論において対数和不等式は基本的な道具であり相対エントロピーの非負性を与えるものである。ここでは、2つの関数を含む対数和不等式と同様となる不等式を示した。パラメータ拡張された対数和不等式も併せて示した。まず、これらの結果を可換な行列に対して拡張した。加えて、<b>Löwner</b> の半順序と <b>Hansen-Pedersen</b> 理論を非可換な半正定値行列に対して用いることによって、スカラーの対数和不等式と類似した幾つかの行列不等式を証明した。[5]<b>Hilbert</b> 空間上における2つの正作用素に対するスペクトル幾何平均に対して新しい不等式を証明した。ここで得られた結果は幾何平均に対する多くの知られた不等式を補完するものである。特に、スペクトル幾何平均と幾何平均の明示的な比較を示した。また、スペクトル幾何平均に対して <b>Ando</b> 型の不等式および <b>Ando-Hiai</b> 型の不等式を示した。</p>
<p>研究の考察・反省</p>	<p>本年度から国内学会等が対面で行われる機会が増えてきた。ちょうど3年振りに秋の数学会で対面講演をすることができた。また、京都大学数理解析研究所においても対面にて参加の上、講演することができた。他にも幾つかの国内学会に参加したが、やはり共通分野の研究者が集まるので情報交換や刺激を受け、出張後に新たな研究に取り組むことも増加した。もちろん、取り組み始めたものが全て良い結果となるわけではないが、好奇心が勝り時間と体力の許す限り研究課題に取り組むことができ、特に本年度後半からの取り組みには満足している。それらの成果が出てくるのは1-2年後と思われるがまだまだやらなければならない課題があるので来年度以降も忙しくなりそうである。また、来年度からは外国出張も通常通り可能となりそうであるので、さらなる研究の発展に努力していく所存である。</p>

<p>研究発表 学会名 発表テーマ 年月日/場所</p> <p>研究成果物 テーマ 誌名 巻・号 発行年月日 発行所・者</p>	<p>研究発表</p> <p>[1]古市 茂, 対数平均に関連した不等式について, 日本数学会 2022 年度秋季総合分科会, 2022 年 9 月 15 日.(北海道大学)</p> <p>[2]古市 茂, 対数平均と <i>Wigner-Yanase-Dyson</i> 関数に関する不等式, RIMS 共同研究(公開型)「作用素平均と関連する話題」, 2022 年 11 月 1 日. (京都大学)</p> <p>研究成果物</p> <p>[1] M. Sababheh, <u>S. Furuichi</u>, S. Sheybani, H. R. Moradi, <i>Singular values inequalities for matrix means</i>, Journal of Mathematical Inequalities, (16 巻 1 号), 169-179, 2022 年 4 月 1 日.</p> <p>[2] V. Kaleibary, M. R. Jabbarzadeh and <u>S. Furuichi</u>, <i>Operator geodesically convex functions and their applications</i>, Linear and Multilinear Algebra, 10.1080/03081087.2022.2061398, 2022 年 4 月 13 日(online first).</p> <p>[3] <u>S. Furuichi</u> and M. E. Amlashi, <i>More results on weighted means</i>, Journal of Mathematical Inequalities, (16 巻 4 号), 1645-1659, 2022 年 12 月 15 日.</p> <p>[4] S. Dutta and <u>S. Furuichi</u>, <i>On log-sum inequalities</i>, Linear and Multilinear Algebra, 10.1080/03081087.2023.2165611, 2023 年 1 月 9 日(online first).</p> <p>[5] H. R. Moradi, <u>S. Furuichi</u> and M. Sababheh, <i>Operator spectral geometric versus geometric mean</i>, Linear and Multilinear Algebra, 10.1080/03081087.2023.2172376, 2023 年 1 月 31 日(online first).</p>
--	--