

所属・資格 数学科・教授

申請者氏名 茂手木 公彦

研究課題		結び目のスロープ予想とストロングスロープ予想
報告の概要	研究目的 および 研究概要	結び目 K の色付きジョーンズ多項式の最高次の次数は quadratic quasi-polynomial になることが Garoufalidis によって示されている。この quadratic quasi-polynomial の2次の係数の4倍が、 K の外部空間内の本質的曲面 F (向き付け可能で圧縮不可能かつ境界圧縮不可能な曲面) の境界スロープになる、ということが予想されている。この予想はスロープ予想と呼ばれ、トーラス結び目や交代結び目など多くの結び目に対して成立することが証明されている。スロープ予想をさらに精密化して、 quadratic quasi-polynomial の1次の係数が F の位相に関する情報をもっていることが予想されている。この精密化された予想はストロングスロープ予想と呼ばれ、スロープ予想同様に、トーラス結び目や交代結び目など多くの結び目に対して成立することが証明されている。本研究では、昨年引き続き、ストロングスロープ予想を満たす結び目に適当な操作を施して、別な結び目を構成した際、そうして得られた結び目がストロングスロープ予想を満たすか調べた。
	研究の結果	ストロングスロープ予想を満たす結び目に適当な操作を施して、別な結び目を構成し、その結び目が再びストロングスロープ予想を満たすかどうか調べる上で、“適当な操作”としてサテライト構成が有効である。昨年までの研究で、ケーブリング、 Whitehead ダブルという典型例について考察し、そうして得られた結び目がストロングスロープ予想を満たすことを証明した。 本研究では、自然な条件のもとで、 Mazur パターンのサテライト結び目に対してストロングスロープ予想が成り立つことを証明した。 Mazur パターンのサテライト結び目はある意味で、ケーブル結び目と Whitehead ダブルの中間に位置しており、重要なクラスをなしている。ある特異な状況が起これば、 Mazur パターンのサテライト結び目がストロングスロープ予想を満たさないことも判明し、今後反例を見出すことも視野に入れた研究を進める。
	研究の考察・反省	Mazur パターンのサテライト結び目はケーブル結び目や Whitehead ダブルに続く重要なサテライト結び目で、興味深い研究対象になっている。このようなサテライト結び目に対してストロングスロープ予想が成り立つことを証明できたことには意義がある。また、ストロングスロープ予想の証明から派生した問題として、結び目交点数の問題が挙げられる。 Kalfagianni-Lee は Whitehead ダブルの無限族に対して、結び目交点数を正確に求めることに成功している。本研究でも Mazur パターンのサテライト結び目の交点数について誤差1で決定するという結果を得ている。本研究で得られた知見を活かして、より一般に結び目交点数の研究を進めてみたいと考えている。
研究発表 学会名 発表テーマ 年月日/場所	研究集会 (1) Construction of generalized torsion elements in hyperbolic 3 -manifold groups with arbitrarily large rank, 拡大 KOOK セミナー 2022、神戸大学 ハイブリッド、2022年8月31日 (2) Crossing numbers of Mazur pattern satellite knots, 北陸結び目セミナー 2022、金沢大学、2022年9月3日	
研究成果物 テーマ 誌名 巻・号 発行年月日 発行所・者	(3) 結び目交点数の話題から、可微分写像の特異点論とその応用、日本大学文理学部、2023年2月22日 研究成果物 (1) Generalized torsion for knots with arbitrarily high genus, (with Masakazu Teragaito), Canad. Math. Bull.65 (2022), 867—881	

- | | |
|--|--|
| | <ul style="list-style-type: none"><li data-bbox="336 112 1535 190">(2) Dehn surgery on knots-- tracing the evolution of research,
Sugaku Expositions, Amer. Math. Soc. (印刷中)<li data-bbox="336 212 1535 324">(3) Generalized torsion for hyperbolic 3-manifold groups with arbitrary large rank,
(with Tetsuya Ito and Masakazu Teragaito),
Bull. London Math. Soc. (出版受理)<li data-bbox="336 347 1535 492">(4) Generalized torsion, unique root property and Baumslag-Solitar relation for knot
groups,
(with Keisuke Himeno and Masakazu Teragaito),
Hiroshima Math. J. (出版受理) |
|--|--|