

所属・資格 数学科・教授

申請者氏名 下元 数馬

研究課題		パーフェクトイド空間の研究と特異点への応用
報告の概要	研究目的 および 研究概要	本研究の目的はパーフェクトイド理論の精密化、即ちネーター環から成る帰納系で良い性質を満たすものを構成する事である。またその極限としてパーフェクトイド代数となるものを考えた。またパーフェクトイド代数の非完備化の研究を継続して行う。以下、研究テーマについて述べる。 (1). パーフェクトイド・タワーの公理化と対数幾何への応用。(2). Perfectoidization による big Cohen-Macaulay 代数の構成とその構造解析。
	研究の結果	パーフェクトイド理論とネーター正則環は互いに相性が良い事もあり、これまで様々な研究成果が得られてきている。しかし、特異点を許したネーター環に関しては組織的な研究が行われておらず、本研究では対数的正則環という代数幾何におけるトーリック環を任意標数まで拡張したクラスの特異点に焦点を絞った。これらは仲里溪氏（名古屋大学）、伊城慎之介氏（日本大学）、石塚伶氏（東京工業大学）との共同研究である。 結果1：対数的正則環に対してパーフェクトイド・タワーを構成した。応用として因子類群の有限性に関する結果を得た。 結果2：Andre の平坦性定理とパーフェクトイド環を用いて、概 Cohen-Macaulay 代数の新しい構成を与えた。
	研究の考察・反省	本研究によって対数的幾何学とパーフェクトイド理論との関係が明確になった一方で、それよりも特異性の高いネーター環を扱うまでには至っておらず、今後に残された課題である。また既に異なる方法で構成された概 Cohen-Macaulay 代数の構造解析や特異点論への応用は今後に残された課題である。パーフェクトイド理論と完全交叉環との関係は Cesnavičius-Scholze によって純性定理を通じて明らかにされつつあるが、パーフェクトイド・タワーを構成するには至っておらず、これも今後の重要課題である。整数論的な特異点を対象として含む応用を視野に入れつつ、例えば Wiles による $R=T$ 型定理の最近の目覚ましい進展との関係を調べるのが肝要である。
研究発表 学会名 発表テーマ 年月日/場所		1. 下元数馬、Almost Cohen-Macaulay algebras, Virtual Commutative Algebra Seminar 2022/11/10、イラン・テヘラン（Zoom 講演）
研究成果物 テーマ 誌名 巻・号 発行年月日 発行所・者		1. Kazuma Shimomoto (joint with K. Nakazato), Finite etale extension of Tate rings and decompletion of perfectoid algebras, Journal of Algebra Vol. 589, 114-158 (2022.1.1) 2. Kazuma Shimomoto (joint with S. Ishiro), Another proof of the almost purity theorem for perfectoid valuation rings, Journal of Pure and Applied Algebra Vol. 206 (2022.7.1).