

# 1-3 数学科研究活動報告

- 学 科 数学科
- 学科専任教員 福田拓生 (教授)  
渡辺敬一 (教授)  
森 真 (教授)  
茂手木公彦 (教授)  
泊 昌孝 (教授)  
黒田耕嗣 (教授)  
田中周二 (教授)  
松浦 豊 (准教授)  
山浦義彦 (教授)

解析系, 幾何系, 代数系, アクチュアリー系の4つの部門で“特異な現象の解析”をキーワードに研究を展開しています。自然現象, 社会現象をはじめ数学を研究する上で, 一般的な状況とは異なった特異な現象が生じる場合が多くあります。この特異な現象は複雑で一般には”好ましくない”ものと捉えられがちですが, 特異な現象にこそ本質的な情報が凝縮されているとも考えられ, 重要な研究対象になっています。

- アクチュアリー 部門…アクチュアリーの研究領域においても「特異な現象の解析」は重要なテーマとなっています。サブプライム金融危機を経験し, 保険や年金の抱えるリスクを分析するためには従来の正規分布よりも裾の厚い分布を考慮した「極値分布」やリスクファクター相互の裾の依存性を表現する「コピュラ関数」などを考慮し, それを動的に把握する方法論が求められてきています。損害保険の分野では, 低頻度高損失の事象を分析する手法が蓄積されてきており, これらの問題を実務的にも利用可能な形で定式化することが大きな課題となっています。いわゆるERM (エンタープライズリスクマネジメント) をよりよく機能させるためにも, これらの特異な現象の解析手法の開発は極めて重要な研究領域です。
- 幾何学 部門…幾何系の部門では以下のような視点で特異な現象, 状況を考察しています。

## [1] 写像, 図形に潜む特異性の解明

多様体からの写像で一般の点とは異なった複雑な状況が生じる点は写像の特異点とよばれ, 写像を通して, その多様体の形を理解する上できわめて重要な情報をもっています。また, 特異点の性質を調べたり, 分類する上で, 特異点の近傍の様子を観察することで特異性を幾何学的に取り扱うことが可能になります。特に, その近傍に結び目や絡み目が生じる際には, その特異性が結び目や絡み目の性質に還元でき, 特異点の研究に結び目理論を応用することができるようになります。また, 次元をあげると, 特異点のまわりにザイフェルト多様体と呼ばれる3次元の図形が生じることがあります。この場合には, 特異点の研究に3次元多様体論を応用することが可能となります。

## [2] 低次元トポロジーにおける特異な現象の解明

幾何系部門では”特異な現象”の解析という立場から, 特異点そのものの研究をはじめ, そこから派生する結び目, 絡み目や3次元多様体の研究も行っています。先にもあげたザイフェルト多様体は, 3次元多様体の中でも様々な場面で登場し, 重要な研究対象になっています。特に, 3次元多様体論では双曲多様体の対極にある多様体として知られています。3次元多様体論の中でDehn手術と呼ばれる操作があり, これを通じて豊富に3次元多様体を構成することができます。特に, 双曲結び目のDehn手術では有限個の手術を除き, 得られる多様体が再び双曲多様体になることがThurstonによって示されています。双曲構造がザイフェルト構造に変化するの是非常に特異な現象で, その解明を目指した研究を進めています。

- 解析学部門…解析学の研究に於いて、図形(集合)の性質を調べることはしばしば本質的な結果を生みます。たとえば、あるエネルギー汎関数の最小化関数の不連続性集合やフラクタル図形です。本研究の目的は、これらの図形(集合)についての解析的性質を追及することです。不連続性集合とフラクタル図形はそのHausdorff次元が1であるか、1より真に小さいか、によって本質的に分類され、目指す目標も異なってきます。

[1] 不連続性集合の解析…変分問題に於いて現れる不連続性集合にはさまざまなタイプがありますが、本研究で特に目的とするのは関数の不連続性集合です。研究の目的は、これがエネルギー最小化という特殊な条件下では、実は古典的超曲面になることを証明することにあります。昨年度は特に体積保存問題に着手しました。この問題は、体積が定められた水滴の動きをとらえるという物理的な実験に対応する問題の数学的定式化です。証明手法の特徴は時間差分の各ステップをエネルギー汎関数の最小化関数によって決定する点です。このたび、この時間差分近似解についての空間変数に関するリプシッツ連続性を証明することができました。有界領域の場合、max pointが境界点になる可能性を排除することが今のところできず、領域を全空間(空間全体)にしてこれを乗り切ることに成功しました。しかし一方ではこのことが変分問題のエネルギー最小化関数の存在を不確実なものにしてしまうことがわかりました。現在、存在証明について取り組んでおります。また、今回の研究では手が回らなかった、時間変数についてのヘルダー連続性証明にも、研究を進めていきたいと考えております。

[2] フラクタル図形の解析力…高次元の力学系のエルゴード性を対応するPerron-Frobenius作用素のスペクトルを用いて特徴づけ、さらにその性質を用いて疑似乱数を構成することが目的です。高次元の力学系においても、その不変測度は変分方程式をみたくことが知られている。この議論にもPerron-Frobenius作用素のスペクトルを用いて、特徴づけることができるのではないかと考えています。一般の高次元の力学系においては、そのessential spectrum半径がLyapunov数から定まる半径よりも大きくなる場合が多く、その場合には、力学的ゼータ関数の収束半径が小さくなることから力学系の混合性が優れないものとなってしまいます。そこで、研究の出発点として、essential spectrum半径がLyapunov数から定まるような、もっとも混合性の高い力学系の構成を目指した。実際に、構成できたのは2次元の場合だけでした。一方で、この力学系からは非常によい疑似乱数が得られることも示しました。この混合性のよい変換を作る方法は2次元に限らず、より高次元の場合にも適用できると考えられます。これを用いれば、高次元の良い疑似乱数を得ることが可能になることから、数値解析、とくに確率積分など、応用的にも役に立ちます。この混合性のよい変換の仕組みが判明すれば、より一般の力学系の性質を捉えることができるようになり、不変測度の変分原理などへの足がかりにもなると考えられます。具体的に構成できたのは、2次元の混合性の良い例だけでした。高次元の場合への入り口にたどり着いたとはいえ、まだ出発点に過ぎません。これを足がかりにして、一般の力学系のessential spectrum半径を具体的に求める手段、またdecay rate of correlationを具体的に求める手段を開いて行くことが必要と考えられます。

- 代数学部門…代数的方法で特異点の種々の性質を解析することですが、特に本年度は以下の問題を追求しました。次数付きGorenstein環 $R$ の $a$ -不変量と射影多様体 $X = \text{Proj}(R)$ の幾何的性質の関係。特異点の近傍での関数の環のイデアルの重複度とその特異点の代数的不変量であるF-thresholdとの関係。2次元、3次元の特異点の重複度とその特異点を解消した空間の幾何的性質との関係。以上について与えられた射影多様体に対して、奇数の $a$ 不変量をもつquasi Gorenstein次数付き環が大量に構成できることが示されました。また、偶数の $a$ -不変量をもつquasi Gorenstein次数付き環が構成できるための必要十分条件が発見されました。特異点の近傍での関数の環のイデアルの重複度と、その特異点の代数的不変量であるF-thresholdとの不等式を次数付き環の次数付きイデアルに関して証明しました。2次元、3次元の特異点の環論的(代数的)不変量と幾何学的な性質に関する不変量との関係を研究する共同研究が進行中です。Gorenstein次数付き環の $a$ 不変量に関しては $a$ が正の場合についてはほぼ完全に決着が付いたが、 $a$ が負の時は、そのような次数付き環が存在するための条件として $X$

の反正準因子が NEF and Big であることが必要条件だが、それが十分条件にもなると予想されます。この点の研究を進めたいと考えます。F-threshold と重複度に関する不等式を一般に証明するために特異点解消から得られる「乗数イデアル」に関する「跳躍数」が鍵を握ることがわかってきました。この点をさらに進めることと、不等式で等号が成立する場合に関して更に研究をすすめて行きたいと考えます。

### ● 発表論文

黒田耕嗣, Actuarial Mathematics, Basic Theory and Current Issues in Japan, Amer.Math.Soc.Transl. Vol 227, pp 219-232, 2009

黒田耕嗣, Long Memory in Finance and Fractional Brownian Motion, Progress in Theoretical Physc, No.179, pp 26-37, 2009

森 真, Spectra of Perron--Frobenius operator and new construction of two Dimensional low discrepancy sequences, Monte Carlo Methods and Applications, col. 14, 53-74 (2008)

森 真, Low discrepancy sequences, 数理解析研究所講究録 1620, 204-210 (2009) On random numbers generated by Dynamical systems, Actes des rencontres du CIRM, 1/ 1, 49-53, 2009

茂手木公彦, Networking Seifert surgeries on knots II: Berge's lens surgeries (with Arnaud Deruelle and Katura Miyazaki), Topology Appl. 156 (2009) 1083-1113.

茂手木公彦, Hyperbolic sections in Seifert fibered surface bundles (with Kazuhiro Ichihara), Quart. J. Math. 60 (2009) 475-486.

渡辺敬一, K. Kurano, E. Sato, A. Singh and K. Watanabe, Multigraded rings, diagonal subalgebras, and rational singularities, J. of Algebra, {bf 322} (2009), 3248-3267.

渡辺敬一, S. Ohnishi and K.Watanabe, Coefficient ideal of ideals generated by monomials, To appear in Communications in Algebra, Preprint series in Mathematics, Department of Mathematics and Department of Computer Science and System Analysis, 10-003, Mae.12, 2010.

渡辺敬一, C. Huneke, S. Takagi and K.Watanabe, Multiplicity bounds in graded rings, (submitted) ; Preprint series in Mathematics, Departmrnt of Mathematics and Departmrnt of Computer Science and System Analysis, 10-001, Feb. 20, 2010.

### ● 口頭発表

田中周二, 日本保険年金リスク学会会長講演「グローバル金融危機と21世紀型リスク」(2009.10.14)

田中周二, 保険とファイナンス研究会(一橋大学商学部・第一生命寄付研究会)「保険会社の資本と負債の公正価値」(2009.12.21)

田中周二, 日本年金数理人会実務研修会「欧州の職域年金制度」(2010.3.5)

田中周二, 2010.3.18「論文発表研究集会」主査(日本アクチュアリー会)

田中周二, 2009.7.28 社会保障審議会 年金数理部会セミナー2009「金融危機と年金財政」(パネラーとして出席)

黒田耕嗣, Econophyscs 2009, Stock Price Process and Long Memory in Trade Signs2009年9月8日, 京大湯川記念館

黒田耕嗣, 科研費シンポジウム『統計力学の数学理論』『株価変動過程と売買符号の Long Memory』2009年8月25日, 大阪電気通信大学

黒田耕嗣, International Workshop on Mathematical Economics, Stock Price process and Long memory in trade sign

2009年11月13日 慶応義塾大学

黒田耕嗣, 統計数理研究所共同研究集会 無限分解可能過程に関する諸問題, 売買符号の長時間記憶と fractional Brownian Motion, 2009年11月20日, 統計数理研究所

森 真, A strategy of constructing d-dimensional low discrepancy sequences, 2009年6月19日, Ajou University (韓国), Measurable and Topological Dynamical Systems in Asia

森 真, 力学系と疑似乱数, 計算による数理科学の展開, 神戸大学, 2010年1月8日

森 真, Random numbers generated by Dynamical system, Colloquium in Rouen, Rouen University

茂手木公彦, implicit Complexes Arising in Low-Dimensional Topology, Seifert surgeries on knots and their network, 2009年7月2日, 東京工業大学

茂手木公彦, 東京理科大学特異点セミナー, Seifert surgeries on knots and their network, 2009年10月30日, 東京理科大学理学部

茂手木公彦, AMS Sectional Meeting, 2009 Fall Western Section Meeting (November 7-8, 2009), Special Session on Knotting Around Dimension Three: A Special Session in Memory of Xiao-Song Lin

茂手木公彦, Networking Seifert surgeries on knots, 2009年11月7日, University of California, Riverside

渡辺敬一, 2/10-11, "Hilbert-Kunz multiplicities" (2 talks), Mini Workshop of Algebra, Taiwan National University 2/10-13

渡辺敬一, 4/24, "a-invariant of normal graded Gorenstein domains and varieties with even canonical class", Kommutative Algebra, Oberwolfach, Apr. 19-24.

渡辺敬一, 7/8, "a-invariant of normal graded Gorenstein domains and varieties with even canonical class", 2009 PRIMA congress, University of New South Wales, Sydney.

渡辺敬一, 8/14, "The a invariants of normal graded Gorenstein rings and varieties with even canonical class", PASI 2009, Commutative Algebra and its connections to Geometry, Olinda, Brazil. Aug. 10-14, 2009.

渡辺敬一, 9/26, "The a invariants of normal graded Gorenstein rings and varieties with even canonical class", 日本数学会一般講演, 大阪大学

渡辺敬一, 11/25, "The a invariants of normal graded Gorenstein rings and varieties with even canonical class", 第31回可換環論シンポジウム, 11/24-27, アウイーナ大阪。

渡辺敬一, 2010年1/5, "Some topics on F-thresholds", The 5-th Japan-Vietnam Joint Seminar on Commutative Algebra, Hanoi, Jan. 5-9, 2010.

渡辺敬一, 1/28, "Some topics on F-thresholds", Juergen Herzog を囲む可換代数の集い, 大阪大学

#### ●研究集会, セミナー

主催者: 黒田耕嗣, 年金制度 講演会 3月7日 (土曜) 国際会議場 (世田谷区教育委員会共催)

主催者: 茂手木公彦, 日時: 2010年2月18日 (木) 15:00 ~ 17:15

場所: 日本大学文理学部 7号館2階 7222教室 15:00 ~ 16:00

講師: Benjamin Burton (The University of Queensland)

題目: Normal surfaces: Taming the wild algorithms of topology 16:15 ~ 17:15

講師: Ryan Budney (University of Victoria)

題目: 3-manifolds in the 4-sphere

主催者: 茂手木公彦, 日時: 2009年11月27日 (金)

場所：日本大学文理学部 8号館2階 B-217 14：00～16：00

講師：Vincent Blanloeil (Universite de Strasbourg)

題目：Cobordism of fibered knots and related topics 16：15～17：30

講師：石川昌治 (東北大学)

題目：Legendrian framings for two-bridge links

主催者：茂手木公彦, 日時：2009年8月28日(金)

場所：日本大学文理学部 8号館2階 B-217 10：30～12：00, 13：30～15：00

講師：門上晃久 (大連理工大学)

題目：Reidemeister torsion and Seifert fibered surgeries I, II

主催者：茂手木公彦, 日時：2009年7月22日(水) 10：30～17：00

場所：日本大学文理学部 1号館4階141教室

10：30～12：00 Tunnel complexes of 3-manifolds 古宇田悠哉 (東京工業大学大学院理工学研究科)

13：00～14：30 Band surgery from  $(2, 6)$ -torus link to 7 crossing knot (joint work with 下川航也) 石原海 (埼玉大学大学院理工学研究科)

15：00～17：00 The Link Volume of 3-Manifolds (joint work with Yasushi Yamashita) Yo'av Rieck (University of Arkansas)

主催者：山浦義彦, 日時 2009年11月24日(火曜日) 13：00～15：00

場所：日本大学文理学部 8号館 B-214

講演者：加藤伸幸氏 (日本工業大学, 千葉工業大学非常勤講師)

題目：非定常 Stokes 問題の解の Campanato 型内部評価

主催者：渡辺敬一, 泊 昌孝, 「特異点論月曜セミナー」

## ●著書

森 真, 入門力学系, 森 真, 水谷正大著, 2009年5月, 東京図書

田中周二, 2010夏ごろ「アクチュアリーの世界」(朝倉書店) 出版予定

田中周二, 2011.3末「年金数理」(日本評論社) 出版予定